Axioma's en Stellingen van de Ruimtemeetkunde

Axioma's

A1 De ruimte is een oneindige verzameling van punten met bijzondere niet-lege deelverzamelingen die men rechten en vlakken noemt.

A2 In elk vlak van de ruimte gelden de axioma's en stellingen van de vlakke meetkunde.

- Een vlak is een oneindige verzameling van punten, met bijzondere niet-lege deelverzamelingen die men rechten noemt.
- Door twee verschillende punten gaat precies één rechte.
- Elke rechte bevat oneindig veel punten, en buiten elke rechte liggen oneindig veel punten.
- Twee verschillende rechten hebben hoogstens één punt gemeen.
- Door een punt buiten een rechte gaat precies één rechte evenwijdig met die rechte.

A3 Door drie gegeven niet-collineaire punten gaat precies één vlak.

A4 Als twee verschillende punten van een rechte tot een vlak behoren, dan ligt deze rechte in het vlak.

A5 Twee vlakken vallen samen, hebben geen punt gemeen of hebben precies één rechte gemeen.

Eerste stellingen

S1 Twee snijdende rechten bepalen precies één vlak.

S2 Een rechte en een punt buiten die rechte bepalen precies één vlak.

S3 Twee evenwijdige, niet-samenvallende rechten bepalen precies één vlak.

S4 Door een punt buiten een rechte gaat precies één rechte evenwijdig met die rechte.

S5 Twee verschillende vlakken die een punt gemeen hebben, snijden elkaar volgens een rechte die door dat punt gaat.

S6 Ligt een rechte in een van twee evenwijdige vlakken, dan is ze evenwijdig met het andere vlak.

Evenwijdigheid

E1 Snijdt een vlak een van twee evenwijdige rechten, dan snijdt het ook de andere rechte.

E2 Als een rechte evenwijdig is met een rechte van een vlak, dan is zij evenwijdig met dat vlak.

E3 Als $a \parallel \alpha$ en men door $P \in \alpha$ een rechte $b \parallel a$ trekt, dan ligt b in α.

E4 Evenwijdigheid in $\mathcal{R}$ is een equivalentierelatie.

E5 Als een rechte evenwijdig is met twee snijdende vlakken, dan is ze evenwijdig met hun snijlijn.

E6 Als door $a \parallel \alpha$ een vlak β gaat dat α snijdt, dan is de snijlijn evenwijdig met a.

E7 Als twee snijdende rechten van een vlak evenwijdig zijn met een tweede vlak, dan zijn de vlakken evenwijdig.

E8 Door een punt gaat precies één vlak evenwijdig met een gegeven vlak. Alle rechten door dat punt die evenwijdig zijn met het gegeven vlak, liggen in dat evenwijdige vlak.

E9 Als twee evenwijdige vlakken door een derde vlak gesneden worden, dan zijn de snijlijnen evenwijdig.

E10 Evenwijdigheid in $\mathcal{V}$ is een equivalentierelatie.

E11 De evenwijdige projectie van een rechte op een vlak is een rechte of één punt.

E12 De evenwijdige projecties van twee evenwijdige rechten op een vlak zijn twee evenwijdige rechten, één samenvallende rechte of twee punten.